计算机类本科生2023—2024学年线性代数课程期末考试试卷（A卷）参考答案

一、（每小题2分，共8小题，共16分）

1.√ 2.√ 3.ⅹ 4. C 5. D 6. C 7. D 8. B

二 、行列式计算 （第1小题6分，第2小题8分，共14分）

1．解：

 (4分)

 (2分)

2.  (4分)

 (4分)

（使用行列式性质4分；结果算对4分，但符号错误扣2分）

三、（本题10分）

解：由已知得

，, （4分）

整理原式得到

将代入得 （2分）

求解上式得到 （4分）

四、（本题10分）

解：根据方程组可得增广矩阵为

（2分）

令,。

当k=1，，，方程组无解； （2分）

当k=-1，，，方程组无解； （2分）

当k=0，，，方程组有无穷多解。因为，所以基础解系包含一个向量，基础解系为，特解为，得方程组通解为

； （2分）

当，，，，方程组有唯一解，解得;

综上， （2分）

五、（本题10分）

解：（1）证明：



所以，是上的线性变换。 （4分）

（2），

同理可得， （4分）

于是在下的坐标为。 （2分）

六、（本题15分）

解：（1） （3分）

, 故的特征值为. （3分）

, 令得基础解系. 故属于的特征向量为.

, 令以及得基础解系. 故属于的特征向量为. （3分）

（2） 对进行施密特正交化： , 。

单位化： ，

故正交阵将化为标准形. （3分）

正惯性指数为3，负惯性指数为0，符号差为3. （3分）

七、（本题10分）

证明：由题设可知

，且。

从而有。

设存在一组数，使得

，（1）

在等式两边左乘矩阵，可得，因为，故。 （5分）

等式（1）变为

，

在等式两边左乘矩阵，可得，故。类似推导下去，可得

。因此线性无关。 （5分）

八、（本题10分）

解：（1）由于

， （2分）

等号两边取行列式，由拉普拉斯定理得：

 （3分）

（2）由于

， （1分）

。 （1分）

因此

， （2分）

计算得：

。 （1分）

九、（本题5分）

证明：设，则。 （1分）

这是个二次函数。其判别式为：， （1分）

由已知，因此。 （1分）

因此有两个不等的实根。 （1分）

因此*A*必相似于对角形矩阵。 （1分）